
*I. Neue Theorie der Elektrodynamik;
von Hermann Graßmann.*

Es ist bekannt, daß sich die bewegenden Wirkungen, welche elektrische Ströme oder Magnete auf einander oder die einen auf die andern üben, so weit sich bisher unsere Beobachtungen erstrecken, aus Einer Voraussetzung ableiten lassen. Das Gebiet, auf welchem sich jene Beobachtungen bewegen, läßt aber noch, wie ich hernach zeigen werde, für die Annahme der gegenseitigen Einwirkung zweier Stromtheile einen freien Spielraum übrig. Indem ich nun die Ampère'sche Annahme, nach welcher, wie es seyn muß, die gegenseitige Einwirkung zweier unendlich kleinen Stromtheile zu Grunde gelegt wird, einer genaueren Prüfung unterwarf, so ergab sich mir dieselbe als höchst unwahrscheinlich; und indem ich zunächst das Willkührliche in jener Annahme fortzuschaffen suchte, so bot sich mir eine andere Annahme dar, welche die elektrodynamischen Erscheinungen, so weit sie in den Kreis der bisher angestellten Beobachtungen fallen, mit gleicher Genauigkeit darstellt, welche aber sowohl durch die Einfachheit der zu Grunde gelegten Formel, als auch durch die vollkommene Analogie mit allen andern bewegenden Kräften den höchsten Grad der Wahrscheinlichkeit besitzt. Ich habe schon angedeutet, daß diese neue Annahme, auf alle bisher beobachteten Erscheinungen angewandt, dieselben Resultate liefert, wie die Ampère'sche; hingegen giebt es ein Gebiet der Erscheinungen, auf welchem nach beiden Annahmen oft gerade die entgegengesetzten Erfolge eintreten müßten, und welches daher von Seiten der Er-

fahrung her die einzige Entscheidung über die Richtigkeit der einen oder der andern Annahme liefern würde. Es ist dieß, wie ich am Schlusse dieser Abhandlung zeigen werde, das Gebiet der Strömungen, welche durch freie, an den Enden einer Leitung aufgehäuften (entgegengesetzte) Elektricitäten hervorgebracht werden, also das Gebiet der durch Maschinenelektricität hervorgerufenen Strömungen. Die Versuche, welche man bisher auf diesem Gebiete angestellt hat, um elektrodynamische Wirkungen, wie z. B. die Ablenkung einer Magnetnadel, nachzuweisen, sind sehr weit davon entfernt, die Differenz beider Hypothesen irgend wie hervortreten zu lassen. Auch stellen sich solchen Versuchen, welche dieß leisten können, bisher noch bedeutende Schwierigkeiten entgegen. Dennoch scheint es mir wichtig, eine Hypothese als wahrscheinlich nachzuweisen, welche die Erfolge vorhersagen würde, die bei feineren Instrumenten und genaueren Beobachtungen eintreten müßten. Eine solche Annahme würde ein leitendes Princip werden, wonach von geübter Hand vielleicht bald entscheidende Versuche angestellt werden könnten. Es sey mir daher erlaubt, hier diese neue Annahme abzuleiten, und geübteren Physikern zur Prüfung vorzulegen.

1) Alle Versuche, welche bisher in Bezug auf elektrodynamische Erscheinungen angestellt sind, sind entweder mit geschlossenen Strömen angestellt, oder doch mit solchen Strömen, die wie geschlossene angesehen werden können ¹⁾). Diese Versuche bestehen darin, daß man entweder die gegenseitigen Einwirkungen zweier geschlossener Ströme beobachtet, oder daß man einen Theil

1) Dahin gehören die Ablenkungen der Magnetnadel durch Entladungen einer Batterie, wobei einestheils die zahlreichen Umwindungen des Multiplimators, anderentheils die Nähe der nur durch die Dicke des Glases getrennten Elektricitäten, welche ausgeglichen werden, die Ströme, ihren beobachtungsfähigen Wirkungen nach, den geschlossenen Strömungen gleich machen.

eines geschlossenen Stromes beweglich macht, und theils die Einwirkung beobachtet, welche er durch den ganzen Strom, dem er angehört, erleidet, theils die Aenderung dieser Einwirkung, welche erfolgt, wenn noch ein anderer geschlossener Strom hinzutritt. Da nun dadurch, daß man einen Theil eines Stromes beweglich macht, die Wirkung, welche der ganze Strom hervorruft, nicht geändert wird, so erstrecken sich die bisher angestellten Versuche nur auf die Wirkungen, welche geschlossene Ströme üben, sey es nun auf andere geschlossene Ströme oder auf Stromtheile. Hingegen hat man keinen Versuch angestellt, um die Wirkung eines Stromtheils zu prüfen, weder die, welche er auf einen geschlossenen Strom, noch die, welche er auf einen andern Stromtheil übt.

2) Daher mußte Ampère, um zu seiner Formel zu gelangen, mit den Ergebnissen der Beobachtung eine willkürliche Annahme verbinden. Die Annahme, welche er zu diesem Ende macht, ist für den ersten Anblick eine höchst einfache und naturgemäße, nämlich daß zwei unendlich kleine Stromtheile längs der ihre Mitten verbindenden geraden Linie auf einander wirken, also entweder anziehend oder abstosend im eigentlichen Sinne. Vermöge dieser Annahme gelangt nun Ampère von den Ergebnissen der Beobachtung aus mit Nothwendigkeit zu seiner Grundformel, nach welcher die Kraft, mit der ein unendlich kleiner Stromtheil a auf einen andern b anziehend wirkt, proportional ist dem Ausdrücke:

$$\frac{ab}{r^2} (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \alpha \cos \beta) \dots \dots \dots 1$$

wo a und b die Stromelemente, d. h. die mit den Strömungsintensitäten multiplicirten unendlich kleinen Linientheile sind, in welchen sich die Ströme bewegen, r die Entfernung der Mittelpunkte dieser Linientheile von einander, ε den Winkel zwischen beiden Stromtheilen, α und β die Winkel bedeuten, welche diese Stromtheile

a und b beziehlich mit dem Strable bilden, welcher von dem Mittelpunkte eines dieser Stromtheile durch den des andern gezogen werden kann.

3) Schon die verwickelte Gestalt dieser Formel muß einen Verdacht gegen sie erregen. Dieser Verdacht muß noch gesteigert werden, wenn man sie anzuwenden versucht. Betrachtet man z. B. den einfachsten Fall, daß beide Stromtheile parallel, also $\varepsilon=0$, $\alpha=\beta$ seyen, so geht der Ampère'sche Ausdruck über in:

$$1 * \dots \dots \dots \frac{ab}{r^2} (2 - 3 \cos^2 \alpha),$$

woraus hervorgeht, daß wenn $\cos^2 \alpha$ gleich $\frac{2}{3}$, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn $\cos 2\alpha$ gleich $\frac{1}{3}$ ist, d. h. wenn der Mittelpunkt des angezogenen Elementes auf einer Kegelfläche liegt, deren Spitze in dem anziehenden Elemente, und deren Winkel an der Spitze zum Cosinus $\frac{1}{3}$ hat, keine Einwirkung erfolgt, innerhalb derselben Abstofsung, aufserhalb Anziehung stattfindet. Dießs Ergebniß hat in der That zu wenig Wahrscheinlichkeit, als daß man nicht gegen die Annahme, aus welcher es hervorgeht, einen Verdacht schöpfen sollte, so sehr dieselbe auch dem Scheine nach durch die Analogie aller übrigen Kräfte vertreten seyn mag. Dazu kommt, daß die Anwendung jener Analogie auf unser Gebiet als eine wenig begründete erscheint. Denn bei allen anderen Kräften sind es ursprünglich punktartige Elemente, d. h. Elemente ohne bestimmte Richtungen, welche auf einander wirken, und bei diesen läßt sich die Nothwendigkeit der gegenseitigen Wirkung längs ihrer Verbindungslinie sogar *a priori* ableiten; was berechtigt uns aber, diese Analogie auf ein ganz fremdartiges Gebiet, auf welchem die Elemente mit bestimmten Richtungen begabt sind, zu übertragen? Auch spricht die Formel selbst, welche keineswegs etwa der Formel für die Anziehung durch Gravitation ähnlich ist, es deutlich genug aus, daß die Analogie in dieser Weise nicht stattfindet.

4) Ich gehe daher, ohne zunächst eine willkürliche Voraussetzung zu machen, davon aus, das Willkürliche der Ampère'schen Hypothese auszuschneiden, wobei ich, wie es geschehen muß, annehme, daß diese Hypothese, so weit sie durch Versuche bisher geprüft ist, d. h. so weit sie sich auf die Anziehungen bezieht, welche geschlossene Ströme auf andere Ströme oder Stromtheile üben, vollkommen bewährt sey. Es ergibt sich zuerst leicht, daß man alle Erscheinungen, welche innerhalb des so eben bezeichneten Gebietes liegen, ableiten kann, wenn man die Einwirkung kennt, welche ein Winkelstrom, d. h. ein unendlicher Strom, welcher einen Winkel durchströmt, auf ein Stromelement übt, dessen Mittelpunkt in der Ebene des Winkels liegt. Denn erstens kann ich jeden geschlossenen oder nicht geschlossenen Strom ansehen als zusammengesetzt aus solchen Stromelementen, und zweitens kann ich jeden geschlossenen Strom als ein von dem Strome durchflossenes Polygon, diese Polygon aber, als zusammengesetzt aus Winkelströmen, welche die Außenwinkel desselben bilden, ansehen, wobei ich nur aus der Erfahrung voraussetze, daß gleich starke einander entgegengesetzte Ströme, welche durch denselben Leiter fließen, sich einander aufheben. So z. B. kann ich den Strom abc (Fig. 1 Taf. I) ansehen als zusammengesetzt aus den drei Winkelströmen fad , dbe , ecf . Endlich kann ich, indem ich von der Mitte des angezogenen Elementes einen Strahl durch den Scheitel des Winkelstromes lege, diesen in zwei Winkelströme zerlegen, deren jeder mit der Mitte des angezogenen Elementes in derselben Ebene liegt. Es kommt also, um aus der Ampère'schen Formel das Willkürliche fortzuschaffen, nur darauf an, aus ihr die Wirkung eines Winkelstromes auf ein derselben Ebene anliegendes Element abzuleiten.

5) Aus der Ampère'schen Formel folgt sogleich, daß die Einwirkung, welche ein Element durch ein an-

deres erfährt, wenn beide Elemente nicht in derselben Ebene liegen, gleich ist der Einwirkung, welche die senkrechte Projection des ersteren auf die durch seine Mitte und das letztere gelegte Ebene durch dasselbe Element erfährt. Diese Beziehung wird also auch für unseren Fall fortbestehen; und wir haben somit nur noch die Wirkung eines Winkelstromes auf ein Element derselben Ebene, also zunächst die eines durchströmten Strahles auf ein solches Element zu suchen. Diese Wirkung können wir in eine längs dem Elemente und in eine senkrecht dagegen erfolgende zerlegen.

6) Für diese Längsbewegung ergibt sich, dafs sie von der Richtung des Strahles unabhängig ist ¹⁾, also

1) Denn man hat aus Ampères Formel, wenn ds ein Element des Strahles (in der Richtung des Strahles genommen) ist, und i die Intensität der Strömung ist, welche von dem Anfangspunkt des Strahles aus diesen durchläuft, für die Anziehung, welche die Element auf das Stromelement b nach dessen Längsrichtung übt, den Ausdruck:

$$-\frac{id sb}{r^2} \cos \beta (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \alpha \cos \beta).$$

Wenn ferner l das Loth von der Mitte des angezogenen auf die Linie des anziehenden Elementes ist (siehe Fig. 2 Taf. I) ds gleich $-d(l \cot \alpha) = \frac{ld \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{r^2 da}{l}$, während $\varepsilon = \alpha - \beta$, $d\beta = d\alpha$ ist.

Dadurch wird der obige Ausdruck:

$$= -\frac{ib}{l} (\cos^2 \beta \cos \alpha d\alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \beta d\beta),$$

was integriert giebt:

$$-\frac{ib}{l} \sin \alpha \cos^2 \beta.$$

Dehnt man die Integration über den ganzen Strahl aus, und setzt schliesslich α , β , r insbesondere als die dem Anfangspunkte des Strahles zugehörigen Werthe, so erhält man, statt l wieder sein Werth $r \sin \alpha$ gesetzt, den Ausdruck:

$$\frac{ib}{r} \cos^2 \beta$$

für die Längswirkung des Strahles, welche somit von α , also von der Richtung des Strahles, unabhängig ist.

für einen Winkelstrom eben so groß ist, als ob beide Strahlen zusammenfielen, d. h. gleich Null ist. Daraus folgt, daß die Wirkung, welche ein Winkelstrom auf ein seiner Ebene anliegendes Element übt, senkrecht gegen das letztere in dieser Ebene erfolgt, worin, beiläufig bemerkt, liegt, daß die Wirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf ein Stromelement stets senkrecht gegen das letztere erfolgt.

7) Die gegen das angezogene Element senkrechte Bewegung, welche ihm nach Ampère's Formel durch einen mit jenem Elemente in derselben Ebene liegenden durchströmten Strahl mitgetheilt wird, ergibt sich als aus zwei Gliedern bestehend, deren eines von der Richtung des anziehenden Strahles unabhängig ist, und also bei der Annahme von Winkelströmen verschwindet, und deren anderes

$$\frac{ib_1}{r} \cot \frac{1}{2} \alpha \dots 1) \dots \dots \dots 2$$

ist, wo r die Entfernung des Elementes vom Anfangspunkte des Strahles und α der Winkel ist, welchen der

1) Nämlich mit Beibehaltung der obigen Bezeichnung ist die Wirkung eines Elementes ids des den Strahl durchlaufenden Stromes auf das Stromelement b_1 , nach der gegen das letztere senkrechten Richtung gleich:

$$\frac{idsb_1}{r^2} \sin \beta (2 \cos \epsilon - 3 \cos \alpha \cos \beta),$$

was wieder, da $\frac{ds}{r^2} = \frac{d\alpha}{l}$, $d\alpha = d\beta$, $\epsilon = \alpha - \beta$, also $2 \cos \epsilon = \cos \alpha$

$+ \cos(\alpha - \beta)$ ist, übergeht in $\frac{ib_1}{l} (\cos \epsilon \sin \beta d\beta - 2 \cos \alpha \sin \beta \cos \beta d\beta + \sin^2 \beta \sin \alpha d\alpha)$, und also integriert giebt:

$$- \frac{ib_1}{l} [\cos \epsilon \cos \beta + \cos \alpha \sin^2 \beta];$$

und dies liefert, wenn die Integration über den ganzen Strahl ausgedehnt wird, und die Bezeichnungen der veränderlichen Größen (α, β) jetzt auf ihre für den Anfangspunkt des Strahles eintretenden Werthe beschränkt werden, den Ausdruck:

$$\frac{ib_1}{l} [1 + \cos \epsilon \cos \beta + \cos \alpha \sin^2 \beta],$$

Strahl mit dem von seinem Anfangspunkte durch das Element gezogenen Strahle bildet, wo b , die senkrechte Projection des Elementes auf die durch seine Mitte und den Strahl gelegte Ebene ist, i aber die Intensität des den Strahl durchlaufenden Stromes ausdrückt, und wo endlich das Stromelement sich nach seiner rechten oder linken Seite hin bewegt, je nachdem der Strom in dem Strahle demjenigen, welcher, von ihm aus das Element betrachtet, zur rechten oder zur linken Hand fortläuft. Hieraus folgt die Wirkung eines Winkelstromes, dessen Schenkel die Winkel α und α' mit dem durch das angezogene Element geführten Strahle bilden, gleich:

$$\frac{ib}{r} (\cot \frac{1}{2} \alpha - \cot \frac{1}{2} \alpha') \dots \dots \dots 3$$

Hieraus folgt, beiläufig bemerkt, daß die Gröfse der Bewegung, welche ein Stromelement von einem in gleicher Ebene mit ihm liegenden Strome erfährt, unabhängig ist von der Richtung dieses Elementes, aber stets senkrecht gegen dasselbe nach derselben Seite hin erfolgt.

8) Der gefundene Ausdruck (3) für die Wirkung eines Winkelstromes enthält nun, da diese Wirkung sich wenigstens annäherungsweise durch Versuche nachweisen läßt, nichts Hypothetisches mehr, zugleich enthält er die Resultate der Beobachtungen, da sie sich alle auf die Wirkung von Winkelströmen zurückführen lassen, vollständig in sich, und kann daher als Grundlage einer jeden Hypothese über die gegenseitige Einwirkung der

indem im Unendlichen α 180° wird und β in $180^\circ - \epsilon$ übergeht. Setzt man endlich statt l und ϵ ihre Werthe $r \sin \alpha$ und $(\alpha - \beta)$, zieht das dann sich entwickelnde Glied $\cos \alpha \cos^2 \beta$ mit $\cos \alpha \sin^2 \beta$ in Ein Glied $\cos \alpha$ zusammen, und setzt statt $\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ seinen

Werth $\cot \frac{1}{2} \alpha$, so erhält man:

$$\frac{i\delta}{l} (\cot \frac{1}{2} \alpha + \sin \beta \cos \beta),$$

wenn das zweite Glied von α , d. h. von der Richtung des anziehenden Strahles unabhängig ist.

Stromelemente dienen. Da nun dieser Ausdruck aus zwei Gliedern besteht, von denen das eine durch die Lage des Einen Strahles und das andere eben so durch die des andern bedingt ist, so erscheint es durchaus als das Einfachste, diese Glieder als Ausdrücke für die Wirkungen der einzelnen Strahlen zu nehmen, d. h. den Ausdruck (2) als den wirklichen Ausdruck für die Anziehung eines durchströmten Strahles zu setzen; in der That bringt jede andere Annahme etwas Fremdartiges in die Formel hinein, und erscheint daher als eine erkünstelte. Ich lege daher jenen Ausdruck (2) nämlich $\frac{ib_1}{r} \cot \frac{1}{2} \alpha$ als Ausdruck für die Wirkung eines Strahles in dem oben näher dargelegten Sinne für die folgende Entwicklung zu Grunde.

9) Von hier aus gelangen wir sogleich zu der gegenseitigen Einwirkung zweier Stromelemente, indem wir das anziehende Stromelement ids als Vereinigung zweier durchströmter Strahlen auffassen können, welche die Richtung und Intensität (i) dieses Elementes haben, und von denen der eine in gleicher Richtung mit dem Element der andern in entgegengesetzter von dem (positiven) Strome durchflossen wird, während der erste den Anfangspunkt des Elementes zu seinem Anfangspunkte hat, der letzte den Endpunkt. Man erhält dann

$$\frac{ab_1}{r^2} \sin \alpha \dots\dots\dots 4$$

als Ausdruck der Wirkung, welche ein Stromelement a auf ein anderes, um r von ihm entferntes b , dessen senkrechte Projection auf die durch a und r gelegte Ebene b_1 ist, während α den Winkel darstellt, welchen a mit dem nach b hin gezogenen Strahle bildet; und zwar erfolgt die Bewegung senkrecht gegen b (oder b_1) in der durch a und r gelegten Ebene nach derjenigen Seite hin, nach welcher der Schenkel a des Winkels α von

dem andern Schenkel aus betrachtet liegt (siehe Fig. 2 Taf. I) ¹).

10) Betrachten wir zunächst die gegenseitigen Einwirkungen zweier Stromelemente a und b , deren Verlängerungen sich schneiden, so ist klar, dass man beide Bewegungen, da sie gegen die sich bewegenden Stromelemente senkrecht sind, als durch Schwenkung der beiden geraden Linien, denen die Stromelemente angehören, um den Durchschnittspunkt bewirkt ansehen kann. Dann ist der Winkel, um welchen sich eine der Linien, etwa die, welcher b angehört, schwenkt, gleich der Bewegung des Elementes dividirt durch die Entfernung (B) dieses Elementes von jenem Durchschnitte, also gleich:

$$\frac{ab}{r^2} \frac{\sin \alpha}{B} = \frac{ab \sin \epsilon}{r^3} \quad ^2) \dots \dots \dots 5$$

Diese Formel lehrt, dass die Strahlen, in welchen beide Elemente liegen, bei der Bewegung einen gleichen Winkel zu beschreiben trachten, während ihr Durchschnittspunkt derselbe bleibt, und auch die Lage der Elemente in den Strahlen sich nicht ändert; auch sieht man leicht, wie der Winkel beider Strahlen durch die Bewegung vermindert wird, wenn die Elemente beide dem Scheitelpunkte zu- oder von ihm abströmen, hingegen vermehrt, wenn das eine dem Scheitelpunkte sich zukehrt, das andere sich von ihm abwendet. Hierdurch tritt die wahre Gegenseitigkeit in der Bewegung ans Licht, und man sieht wie diese gegenseitige Anziehung zweier Li-

- 1) Denn man hat den Ausdruck (2) nur nach $-ds$ zu differenzieren, um die Anziehung des Elementes ids zu finden; man erhält statt r , $\cot \frac{1}{2} \alpha$, $d\alpha$ ihre Werthe $\frac{l}{\sin \alpha}$, $\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$, $\frac{l ds}{r^2}$ gesetzt, sogleich durch diese Differenziation den zu erweisenden Ausdruck:

$$\frac{ib_1 ds}{r^2} \sin \alpha \quad \text{oder} \quad \frac{ab_1}{r^2} \sin \alpha.$$

- 2) Da $\frac{\sin \alpha}{B} = \frac{\sin \epsilon}{r}$ ist, s. Fig. 2 Taf. I.

nientheile eben so den Winkel zu vermindern trachtet bei constantem Scheitelpunkte, wie die gegenseitige Anziehung zweier Punkte deren Entfernung bei constanter Linie, in der sie liegen, zu vermindern trachtet. So zeigt sich hier, statt der erkünstelten und scheinbaren Analogie der Ampère'schen Annahme, eine naturgemäße und wahre Analogie, indem Linien und Punkte sich in der Ebene eben so einander entsprechen, wie Winkel und Entfernung, wie Durchschnittspunkt und umfassende Linie.

11) Diese Analogie tritt in ein noch helleres Licht, wenn ich zeige, wie die elektrodynamischen Anziehungen nach der neuen Theorie und die Anziehungen durch Gravitation sich durch *dieselbe* Formel ausdrücken lassen. Zu dem Ende muß ich jedoch hier den Begriff einer Verknüpfung anführen; welche ich in einem kürzlich erschienenen Werke ¹⁾ dargelegt habe, und zwar ehe ich von dieser neuen Theorie eine Ahnung hatte. Ich habe nämlich dort nachgewiesen, daß man als das Product zweier Punkte a und b ihre Verbindungsstrecke, und eben so als das Product zweier, mit bestimmten Intensitäten (Gewichten) behafteten Punkte die mit dem Producte der Intensitäten multiplicirte Verbindungsstrecke ansehen *müsse*; hiernach würde, wenn α und β Punkte wären, $\alpha\beta$ die von α nach β gezogene Strecke, welche nicht bloß ihrer Größe, sondern auch ihrer Richtung nach aufzufassen ist, vorstellen, und wenn etwa 2 und 3 die Intensitäten wären, und a gleich 2α , b gleich 3β wäre, so würde jene Strecke, ohne Aenderung ihrer Richtung, sechs Mal zu nehmen seyn, um das Product ab darzustellen. Ich habe dort gezeigt, wie dieß Product sich von dem arithmetischen dadurch unterscheidet, daß, wie man sogleich sieht, $a.b$ gleich $-b.a$ ist. Hiernach würde die Anziehung, welche ein Punkt a auf einen um

1) Die Ausdehnungslehre. Erster Theil, enthaltend die lineale Ausdehnungslehre. Die angeführten Sätze finden sich S. 61, 164 und 222.

r entfernten Punkt b durch Gravitation bei beliebigen Gewichten beider Punkte übt, proportional seyn:

$$\frac{a \cdot b}{r^3} \dots \dots \dots 6$$

ein Ausdruck, welcher, vermöge der so eben angegebenen Bedeutung, zugleich die Richtung der Anziehung in sich schließt. Eben so habe ich dort gezeigt, daß der Flächenraum eines Parallelogramms als Product zweier aneinandertreffenden Seiten a und b aufzufassen sey, wenn man an diesen Seiten zugleich ihre Richtung und Länge festhält, und daß auch hier $a \cdot b$ gleich $-b \cdot a$ sey, und ich habe dort gezeigt, daß, wenn an a und b zugleich die Linien, in der sie liegen, festgehalten werden sollen, dann das Product den mit jenem Flächenraum zusammengesetzten Durchschnittspunkt beider Linien darstellt. Nun ist der Zähler des Ausdruckes (5) offenbar der Ausdruck für den Flächenraum eines Parallelogramms, welches a und b mit Beibehaltung ihrer Richtungen zu Seiten hat. Somit geht, wenn man unter a und b die Stromelemente mit Feststellung der Linien, in welchen sie liegen, versteht, der Ausdruck (5) über in:

$$6 \dots \dots \dots \frac{a \cdot b}{r^3},$$

welcher identisch ist mit dem für die Anziehung durch Gravitation aufgestellten, und dessen Größe die Größe der Schenkung ausdrückt, welche sich beide Elemente mitzuteilen streben, während der durch das Product $a \cdot b$ zugleich dargestellte Punkt das Schenkungscentrum angiebt.

12) Diese Analogie haben wir nur nachgewiesen, wenn die Stromelemente sich verlängert schneiden. Hier- von ist nicht wesentlich abweichend der Fall, daß die Stromelemente parallel sind, indem dies so betrachtet werden kann, als ob ihre Verlängerungen sich in unendlicher Entfernung schnitten. Hingegen wird die Betrachtung schwieriger, wenn die Stromelemente nicht dersel-

ben Ebene angehören. Für diesen Fall will ich nur anführen, daß sich die Bewegung zerlegen läßt in zwei Bewegungen der Linien, denen jene Elemente angehören, indem hier das gemeinschaftliche Loth beider Linien (ihre kürzeste Entfernung) die Stelle des Durchschnittspunktes vertritt. Die eine dieser Bewegungen besteht in einer Schwenkung um dieß gemeinschaftliche Loth, welche wieder eine Verminderung oder Vergrößerung des Winkels beider Ströme bewirkt; die andere dieser Bewegungen besteht in einer Verminderung oder Vergrößerung jenes Lothes, welche dadurch bewirkt wird, daß jene Linien auf diesem Lothe fortrücken. In beiden Fällen ist die Bewegung eine gegenseitige, die Linien bleiben senkrecht gegen das gemeinschaftliche Loth, und die Stromelemente ändern ihre Lage innerhalb dieser Linie nicht. Man sieht leicht, wie hier wiederum die vollkommenste Analogie in der Art der Bewegung mit der durch Gravitation bewirkten stattfindet. Auch würde ich zeigen können, daß auch diese Bewegung sich durch den Ausdruck (6) darstellen läßt. Allein ich kann diesen Nachweis hier nicht führen, ohne die Gesetze einer Analyse zu entwickeln, welche zwar für die Physik von großer Bedeutung ist, und oft die scheinbar verwickeltesten Verhältnisse in den einfachsten Formeln darstellt, welche aber doch sich nicht so in der Kürze darlegen läßt ¹⁾.

13) Es bleibt mir nun noch übrig die Art anzugeben, wie durch Versuche eine Entscheidung zwischen beiden Theorien zu Wege gebracht werden könnte. Doch ehe ich dazu übergehe, will ich eines Versuches erwähnen, den man als beweisend gegen die neue Theorie ansehen könnte, dessen beweisende Kraft aber freilich bei genauerer Betrachtung gänzlich verschwindet. Nämlich nach der neuen Theorie üben gleichgerichtete Strom-

1) Ich verweise in dieser Beziehung auf mein oben angeführtes Werk, in welchem ich die Anwendungen auf die Physik besonders hervorgehoben habe.

theile, welche in derselben geraden Linie liegen, (nach Formel 4) keine Wirkung auf einander aus, nach Ampère stoßen sie sich ab. Nun hat man dieß letztere durch Versuche beweisen wollen, indem man einen geschlossenen Strom, in der Gestalt eines Rechteckes, partiell in der Art beweglich gemacht hat, daß durch die Bewegung eine Verlängerung des einen Seitenpaares entsteht, woraus man dann, ohne das andere Seitenpaar zu berücksichtigen, auf eine sich gegenseitig abstoßende Kraft derjenigen Stromtheile geschlossen hat, welche hier, in denselben Linien liegend, sich von einander entfernen. Um die Unrichtigkeit dieses Schlusses zu zeigen, brauche ich hier nur auf die obige Entwicklung hinzuweisen, nach welcher beide Theorien, auf geschlossene Ströme angewandt, mögen nun Theile derselben beweglich gemacht seyn oder nicht, stets gleiches Resultat liefern. Ueberdieß ist für diesen Fall noch zu bemerken, daß bei dem Uebergange eines Stromes aus einem Leiter in einen andern eigenthümliche Kräfte wirksam sind, welche, wenn beide in gerader Linie liegen, in dieser Linie wirken, deren Natur und Wirkungsart wir aber noch nicht kennen.

14) Ueberhaupt ist klar, daß eine Entscheidung zwischen beiden Theorien, da die Wirkung, welche geschlossene Ströme üben, nach beiden dieselbe ist, nur möglich ist, wenn man die Wirkung betrachtet, welche ein begrenzter Strom übt. Nun ist aber die Stärke der Strömung bei demselben Leitungswiderstande der Differenz der an seinen Gränzen aufgehäuften Elektricitäten proportional ¹⁾. Soll aber der Strom ein begrenzter seyn, so dürfen die nach seinen Gränzen *A* und *B* übergeströmten Elektricitäten nicht weiter fortschreiten, weil

1) Dieß gilt sowohl für jeden Leitungsdraht eines galvanischen Stromes, wie für den durch Reibungselektricität hervorgebrachten, nur daß dort sich die elektrische Differenz stets auf derselben Höhe erhält. Aus diesem Gesetze läßt sich übrigens das Ohm'sche Gesetz *a priori* ableiten.

sonst eben A und B nicht die Gränzen des Stromes wären. Folglich wird die Strömung nur so lange fort-dauern, bis jene Differenz ausgeglichen ist, und das Quantum der hindurchgegangenen Elektricität wird der elektrischen Differenz jener Gränzen gleich seyn. Daraus folgt, das man das Maximum des Effects erhält, wenn jene Differenz ein Maximum ist. Der begränzte Strom würde daher so hervorzurufen seyn, das man zuerst etwa zwei Kugeln mit entgegengesetzter Elektricität möglichst stark lüde, und sie dann nach der Ladung (nicht während derselben) in leitende Verbindung brächte. Dann hätte man die Wirkung dieses begränzten Stromes auf irgend einen elektrischen Strom oder besser auf einen Magneten zu beobachten, und die Anordnung dabei so zu treffen, das die Wirkungen nach beiden Theorien möglichst verschieden erfolgten.

15) Da durch einen eingeschalteten Multiplikator oder durch Anwendung einer Batterie, statt jener einfachen Entladung, der begränzte Strom einem geschlossenen angenähert, die Differenz der Wirkungen nach beiden Theorien also vermindert werden würde, so sind diese Mittel zur Verstärkung der Wirkungen hier nicht anwendbar, und man sieht daher die Schwierigkeiten, welchen Versuche dieser Art unterliegen würden. Da indessen diese Schwierigkeiten nicht an sich unüberwindliche sind, so wird es dennoch von Interesse seyn, diejenige Anordnung zu kennen, bei welcher ein Maximum in der Differenz der Wirkungen nach beiden Theorien erfolgte. Dieß Maximum findet nun, nach meinen Untersuchungen, dann Statt, wenn die Magnetnadel senkrecht gegen den geradlinigten Strom so aufgestellt wird, das ihre Mitte in der Verlängerung jenes Stromes liegt, und sich senkrecht gegen die durch den Strom und die Nadel gelegte Ebene frei bewegen kann. Zur Erläuterung diene Fig 3 Taf. I, in welcher AB den begränzten Strom vorstellt, so das die positive Elektricität von

A nach B strömt, und wo zwei Magneten, deren Nordenden mit N bezeichnet sind, durch einen Bogen SCN aus einer festen Substanz verbunden sind, welcher in C an einem Faden aufgehängt ist.

16) Setzen wir, um für diesen Fall die Wirkungen, welche der begränzte Strom nach beiden Theorien zunächst auf unendlich kleine Magneten üben würde, zu finden, statt des Magneten NS einen dagegen senkrechten quadratischen Strom, welcher mit AB in gleicher Ebene liegt, und von dessen vier Seiten zwei mit AB parallel, die andern also dagegen senkrecht sind, und zwar so, daß das Nordende des Magneten von diesem Strome aus betrachtet nach links hin liegt, so ist nach beiden Theorien die Bewegung nach der gegen AB senkrechten Richtung nur von den mit AB parallelen Stromtheilen abhängig. Ist nun ids ein Stromelement von AB und b das mit AB gleichgerichtete b' das mit ihm entgegengesetzt gerichtete Stromelement des quadratischen Stromes, so ist, wenn r die Entfernung ihrer Mitten von der Mitte des anziehenden Elementes ids ist, die Wirkung auf b nach der dagegen senkrechten Richtung abstoßend gleich $\frac{idsb^2}{2r^3}$ 1), und eben so die auf b' , nur daß diese anziehend wirkt; beide Wirkungen, da sie die Bewegung des Quadrates von b' nach b darstellen, summiren sich, und geben $\frac{idsb^2}{r^3}$ als die Kraft, mit welcher, nach Ampère, der quadratische Strom in der Richtung von b' nach b getrieben wird. Nach meiner Formel ist die

1) Nämlich nach 1* ist sie in der Richtung r gleich $\frac{idsb}{r^2}(2-3\cos^2\alpha)$,

also in der gegen b senkrechten gleich $\frac{idsb}{r^2}(2-3\cos^2\alpha)\sin\alpha$, also

da α unendlich klein $\sin\alpha$ gleich $\frac{1}{2}\frac{b}{r}$ ist, gleich $-\frac{idsb^2}{2r^3}$, also abstoßend.

die Wirkung auf b nach der dagegen senkrechten Richtung gleich $\frac{id sb^2}{2r^3}$ anziehend ¹⁾, auf b' eben so groß, aber abstossend, also wirken beide zusammen zur Bewegung des Quadrates in der Richtung von b nach b' mit der Kraft $\frac{id sb^2}{r^3}$. Somit sind die Wirkungen nach beiden Theorien entgegengesetzt; und diese Beziehung wird auch bestehen bleiben, wenn man statt des unendlich kleinen Stromelementes ids und eines unendlich kleinen Magneten einen endlichen Strom AB und einen endlichen Magneten setzt, nur dafs in dem letzteren Falle die Wirkungen nicht mehr von gleicher Gröfse sind. Die Wirkungen lassen sich auf folgende Weise ausdrücken:

» Wenn man sich bei der angenommenen Anordnung (Fig. 3 Taf. I) in die Richtung der Magnetnadel versetzt (den Kopf nach dem Nordende, die Füfse nach dem Südende gerichtet) und das Auge nach derjenigen Richtung wendet, nach welcher der positive Strom AB fließt, so wird die Nadel, nach der Ampère'schen Theorie, nach der *rechten* Hand hin, nach der neuen Theorie, nach der *linken* Hand hin bewegt.«

17) Schliesslich will ich noch auf zwei sehr unwahrscheinliche Wirkungen hindeuten, welche ein begränkter Strom, nach Ampère, auf einen Magneten üben müfste; nämlich erstens würde danach ein Magnet durch einen begränzten Strom zugleich eine drehende Bewegung um seine magnetische Axe annehmen, welche in dem vorher (No. 16) betrachteten Falle ihr Maximum erreicht; und zweitens würde eine Magnetnadel, welche um ihren Mittelpunkt frei beweglich ist, in der Nähe eines begränzten Stromes, sofern nur dieser auf sie wirkt, im Allgemeinen keine Lage eines sicheren Gleichgewichts

1) Nämlich sie ist gleich $\frac{id sb}{r^2} \sin \alpha$, also, da $\sin \alpha$ gleich $\frac{\frac{1}{2}b}{r}$ ist, gleich

dem oben angeführten Ausdrucke und zwar anziehend.

Poggendorff's Annal. Bd. LXIV.

annehmen, sondern bei der Entfernung aus der Gleichgewichtslage würde sie theils wieder zurückgehen, theils aber auch in die entgegengesetzte Lage umschlagen, je nachdem sie nach dieser oder jener Seite hin aus jener Lage entfernt war.

18) Wenn ich nun gleich hoffen darf, durch die vorhergehende Entwicklung die neue Theorie als in jeder Hinsicht wahrscheinlich dargethan zu haben, so steht doch zu wünschen, daß durch die Erfahrung eine über alle Zweifel erhobene Entscheidung zwischen dieser und der Ampère'schen Annahme zu Stande gebracht werde. Möchte es bald einem geübteren Physiker gelingen, alle die Hindernisse hinwegzuräumen, welche jenem entscheidenden Versuche, den ich vorher anführte, im Wege zu stehen scheinen.

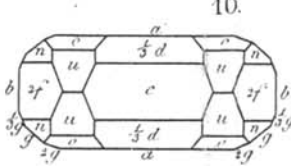
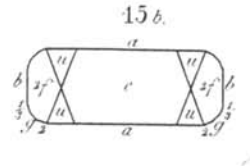
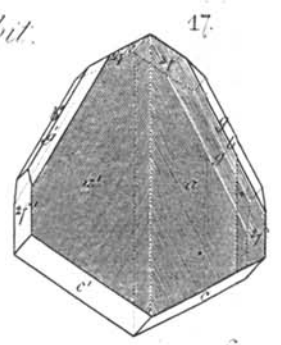
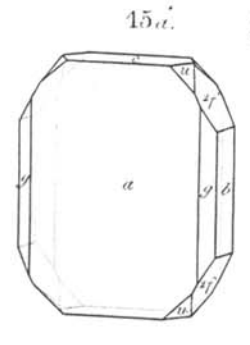
II. *Nachträgliche Untersuchung über die Elektrolyse secundärer Verbindungen;* *von J. F. Daniell und W. A. Miller.*

(Mitgetheilt von den HH. Verf. aus den *Phil. Transact. f. 1844,*
pt. I.)

In den beiden früheren Aufsätzen über die Elektrolyse secundärer Verbindungen (die Hrn. Daniell allein zum Verfasser haben, und im Ergänzungsband dies. Annalen, S. 565 und 580 mitgetheilt worden sind) wurden folgende Punkte festgestellt:

1) Wenn wässrige Lösungen neutraler Metallsalze der Wirkung eines Volta'schen Stromes ausgesetzt werden, so werden sie beständig zersetzt. Gehört das Metall zu denen, die Wasser bei gewöhnlichen Temperaturen nicht zersetzen, so wird es im metallischen Zustande auf die Platinode niedergeschlagen; gehört es aber

Columbit.



Wolfram.

