dungen, die von den vorgetragenen Lehren auf die mannigfachsten Probleme gemacht werden, einen Vielen willkommenen Ersatz. Die complexen Zahlen finden in dem Buche, das sich fast ausschließlich auf die Functionen einer Veränderlichen beschränkt, keine Verwendung. Das Werk zerfällt in 14 Capitel, deren Überschriften lauten: I. Continuität (S. 1–64), II. Abgeleitete Functionen (64–100), III. Anwendungen der ersten Ableitung (100—144), IV. Ableitungen höherer Ordnungen (144–165), V. Integration (165–208), VI. Bestimmte Integrale (208—241), VII Geometrische Anwendungen (241—288), VIII. Physikalische Anwendungen (288—332), IX. Specielle Curven (332–394), X. Krümmung (394–456), XI. Differentialgleichungen erster Ordnung (456—498), XII. Differentialgleichungen zweiter Ordnung (490–541), XIII. Differentiation und Integration unendlicher Reihen (541—566), XIV. Das Taylor'sche Theorem (566—609). Als Anhang sind dem Buche folgende 7 Tafeln beigegeben: A. Tafel der Quadrate der Zahlen von 1 bis 100. B. 1. Tafel der Quadratwurzeln der Zahlen von 1 bis 10 in Intervallen von 0·1. B. 2. Tafel der Quadratwurzeln der Zahlen von 10 bis 100 in Intervallen von 1. C. Tafel der Reciproken der Zahlen von 1 bis 10 in Intervallen von 0·1. D. Tafel der Kreisfunctionen in Intervallen von $\frac{1}{20}$ des Quadranten. E. Tafel der Exponential- und der hyperbolischen Functionen der Zahlen von 0 bis 2·5 in Intervallen von 0·1. F. Tafel der Logarithmen von der Basis e.

Leçons nouvelles sur l'analyse infinitésimale et ses applications géométriques. Par Ch. Méray. T. III. Questions analytiques classiques. VI + 206 p. Gauthier-Villars ets fils, Paris, 1897. Prix 6 fr.

Die zwei ersten Bände des Werkes von Méray sind der systematischen Entwicklung der Functionentheorie gewidmet, welche er bis zu den elliptischen Functionen geführt hat.[1]) Ob seine Untersuchungen sich auch über die Abelschen Functionen erstrecken, ist aus seinen Veröffentlichungen nicht ersichtlich. Im vorliegenden Bande betrachtet er, soweit es der ihm verfügbare Raum gestattet, die üblichen analytischen Aufgaben der Differential- und Integralrechnung unter den früher gewonnenen allgemeinen Gesichtspunkten. Es haben jedoch dieselben, wie wir sehen werden, auf seine Darstellung manchmal etwas beengend gewirkt.

Im 1. Capitel des 3. Bandes werden die Regeln und Formeln der unbestimmten Integration der gangbaren Differentiale in reeller Gestalt vorgeführt und womöglich aus den einschlägigen Sätzen des 2. Bandes abgeleitet.

Die Mittel, welche das 2. Capitel zur Berechnung von gewissen bebestimmetn Integralen im Falle, dass ein unbestimmtes Integral nicht bekannt ist, an die Hand gibt, bestehen in der Differenzierung und Integration unter dem Integralzeichen, Entwickelung in unendlichen Reihen, Einführung einer neuen Integrationsveränderlichen und im Cauchy'schen Integralsatz. Hinsichtlich der parametrischen Differenzierung und Integration eines bestimmten Integrals versäumt der Verfasser nicht, hervorzuheben, dass die dadurch erlangten Ergebnisse bloße Inductionen sind, welche erst der Begründung auf

[1]) Vgl. diese Literaturberichte VII. S. 43, VIII. S. 1.

einem anderen Wege bedürfen. Er stellt indeß keine allgemeinen Sätze auf, sondern begnügt sich damit, einige bekannte Beispiele durchzuführen. Besondere Beobachtung verdient das neue Verfahren auf Seite 38, die Formel

$$\int_0^\infty e^{-x^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

zu gewinnen. Die Laplace'schen, Fresnel'schen und einige andere Integrale sind mit Hilfe des genannten Cauchy'schen Satzes berechnet.

Es folgt ein Capitel über die elementaren Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Veränderlichen, worin die einfachsten Formen derselben, namentlich die simultanen Differentialgleichungen 1. Ordnung behandelt sind, und hierauf eines über die partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung.

Nun wendet sich der Verfasser zu den Fragen des Maximums und Minimums und zwar zunächst an einer Function von beliebig, jedoch endlich vielen Veränderlichen, zwischen denen auch Gleichungen bestehen können. Hierbei begnügt er sich mit der Ableitung der in den älteren Lehrbüchern vorkommenden Regeln. Er geht indess darin zu weit, dass er die Giltigkeit derselben auf den Fall beschränkt, dass die Function an der Stelle, wo ihre partiellen Differentialquotienten 1. Ordnung sämmtlich verschwinden, holotrop ist. Die Extreme des Integrals

$$S = \int_{x_1}^{x_2} F(x, u, u' \dots u^{(m)})dx$$

werden ermittelt unter der Voraussetzung, dass die Unbekannte u eine willkürliche holotrope Function von x und einem Parameter a sei und zwar für alle Systeme x, a, wobei x jeden Wert im Intervalle (x_1, x_2), a jeden in einer gewissen, übrigens beliebig kleinen Umgebung eines festen, ebenfalls beliebig zu denkenden Wertes α, bei welchem S eben ein Extremum sein soll, bedeutet. Dazu ist nothwendig, dass $S'(a)$ für $a = \alpha$ verschwindet. Hieraus ergibt sich in der That die bekannte Differentialgleichung für u. Bisher wurden x_1, x_2 und die Werte von $u, u', \dots, u^{(m)}$ für $x = x_1$ und $x = x_2$ als gegeben betrachtet; es können aber auch alle diese Werte unbekannt und bloß gegebenen Gleichungen unterworfen sein. Im letzteren Falle hat man auch x_1, x_2, sowie die ihnen entsprechenden Werte von $u, u', \dots,$ als Functionen von a zu betrachten. In ähnlicher Art werden zwei weitere Aufgaben der Variationsrechnung behandelt.

Das sechste und letzte Capitel enthält einen Abriß der Lehre von den reellen zwei- und dreifachen Integralen im eigentlichen Sinne. Auch hier ist die Annahme, dass die zu integrierende Function an allen Stellen des Integrationsgebietes holotrop ist, manchmal unnöthig, so namentlich bei der Erklärung der genannten Integrale (S. 160). Ebenso wenig bedarf es, wie es nach der Darstellung des Verfassers, welcher über den allgemeinen Begriff des einfachen bestimmten Integrals bloß auf S. 201 des I. Bandes handelt, scheinen könnte, bei der Erklärung eines reellen solchen Integrals der Voraussetzung, dass die Function unter dem Integralzeichen in allen Punkten des Integrationsintervalles holotrop sei.

Den Schluss des Bandes bilden fünf interessante Nachträge zu seinen Vorgängern. Der 1. bringt einen elementaren Satz, welcher in vielen Fällen den Cauchy'schen Satz über die Coefficienten einer Potenzreihe zu ersetzen vermag, und der 2. einen neuen Beweis dieses Satzes selbst. Er beruht im Grunde auf der Bemerkung (S. 185), dass wenn x_{I} einen Punkt innerhalb einer Fläche $S, x_{\mathrm{I}+1}$ einen außerhalb derselben bedeutet, es dann auf dem Umfange von S Punkte X geben muss, wofür mod $(X - x_{\mathrm{I}}) <$ mod $(x_{\mathrm{I}+1} - x_{\mathrm{I}})$ ist.

Im 3. Nachtrag zeigt der Verfasser auf mehr directe Weise als früher, dass die Determinante, derenElem ente die partiellen Differentialquotienten der allgemeinen Integrale eines Systemes von totalen Differentialgleichungen in Bezug auf die willkürlichen Constanten sind, nicht verschwindet. Der 5. Nachtrag führt eine ausgedehnte Classe von Functionen vor, welche sich durch Interpolation mit unbegrenzter Annäherung darstellen lassen. *O. Stolz.*

Lehrbuch der Analysis (Cours d'Analyse) von Ch. Sturm. Übersetzt von Dr. Theodor Groß, Privatdocent a. d. königl. technischen Hochschule zu Charlottenburg. Erster Band. X + 360 S. Lex. 8°. Fischer's technicher Verlag. M. Krayn. Berlin W. (ohne Jahreszahl). Ladenpreis brosch. M. 7.50, geb. M. 9.

Sturm's Cours d'Analyse nahm „durch die Reichhaltikgeit und methodische Anordnung seines Inhaltes und die Klarheit der Darstellung“ nich bloß bei seinem Erscheinen, sondern noch lange nachher unter den Lehrbüchern der Analysis eine hervorragende Stelle ein. Trotz seiner unleugbaren Vorzüge wurde derselbe bisher nicht ins Deutsche übertragen. Herr Dr. Groß hat sich nun der mühsamen, allerdings verdienstlichen aber heute nicht mehr sonderlich dankbaren Aufgabe unterzogen, das Werk den der französischen Sprache nicht hinlänglich kundigen deutschen Lesern durch eine gute Übersetzung der 8. (vorletzten) Auflage zugänglich zu machen. Hierbei hat er mit Recht nur die nach den Vorlesungen Sturm's redigierten Lectionen „sinngetreu und unverkürzt wiedergegeben;“ die in seiner Vorlage vorfindliche Zusammenstellung der wichtigsten Definitionen, Lehrsätze u. s. w., sowie das Verzeichnis von Sturm's Abhandlungen unberücksichtigt gelassen und die Nachrichten über das Leben des berühmten Mathematikers bedeutend gekürzt.

Der im August 1897 ausgegebene erste Band enthält außer der Biographie Sturm's die 36 Vorlesungen, welche den Inhalt des ersten Bandes des Orginales bilden, sowie eine Zusammenstellung von 20 Tisserand's „Recueil complémentaire d'Exercices sur le Calcul infinitésimale“ entnommenen Übungsaufgaben zur Differentialrechnung.

Diese Ausgabe erscheint dem Referenten als ein Act der Pietät gegenüber dem großen französischen Mathematiker, sowie als ein neuer Beleg dafür, dass die Deutschen stets neidlos dem Talente Anerkennung zollen, welcher Nationalität dasselbe auch entsprossen sein mag, einem „wirklichen Bedürfnisse“ der „Lernenden“ entspricht sie aber nicht. Denn einerseits bietet infolge der Fortschritte, welche die Analysis gerade in den letzten Decennien gemacht hat, das Sturm'sche Buch, den Lesern naturgemäß gar manche Stellen dar, welche jetzt nicht mehr als correct angesehen werden können, anderseits steht gerade dem deutschen Studierenden eine Reihe von guten Lehrbüchern der