die nach dem Durchgange durch das Periastron mit $r = a$ beginnende Zeit der Exzentrizitätsvergrößerung viel kürzer ist als die ihr voraufgehende Zeit der Exzentrizitätsverkleinerung, und ferner deswegen, weil bei den folgenden Umläufen Exzentrizitätsverkleinerung und -vergrößerung sich ungefähr ausgleichen.

Unser Resultat ist deshalb bemerkenswert, weil bei der Zurückführung der Exzentrizitätsverkleinerung auf die Einwirkung eines widerstehenden Mittels Schwierigkeiten entstehen. Die Teilchen des Mittels sind der Attraktion unterworfen, beschreiben also selber Kegelschnittbahnen. Diese werden im allgemeinen nicht regellos angeordnet sein. Vielmehr werden, wenigstens in den Nebeln von charakteristischer Form, z. B. in den Spiralnebeln, ebenso wie die kompakten, zu Sternen sich umbildenden Nebelmassen, auch die Teilchen des sie einschließenden widerstehenden Mittels eine bevorzugte Bewegungsrichtung besitzen. In einem rotierenden widerstehenden Mittel vergrößert sich aber die Periheldistanz (vergl. A. N. 4374). Bei den Planeten unserer Sonne z. B. ist es jedoch gänzlich ausgeschlossen, daß ihre ursprüngliche Periheldistanz beträchtlich kleiner als die gegenwärtige war, da sie andernfalls schon bei ihrem ersten Periheldurchgang mit der zur Sonne sich umbildenden zentralen Nebelmasse hätten kollidieren müssen. Aus diesen Schwierigkeiten zeigt die Annahme der Gravitationsvergrößerung einen sicheren Ausweg.

Bremen, 1911 Aug. 28. *Fr. Nölke.*

Über die Anwendbarkeit einiger Interpolationsformeln. Von *L. de Ball.*

Soll der Wert der Funktion $f(x)$ für einen zwischen a und $a+w$ gelegenen Wert X des Arguments bestimmt werden und setzt man $X = a+nw$, wo n einen positiven echten Bruch bedeutet, so hat man, wenn $f(a+n)$ den gesuchten Funktionswert darstellt, unter Anwendung der gebräuchlichen Bezeichnung der Differenzen verschiedener Ordnung:

$$f(a+n) = f(a)+n\,[f'(a+{}^1\!/_2) + {}^1\!/_2(n-1)\,[f''(a+1) + {}^1\!/_3(n-2)\,[f'''(a+{}^3\!/_2) + {}^1\!/_4(n-3)\,[f^{\mathrm{IV}}(a+2) + \cdots \tag{1}$$

$$f(a+n) = f(a)+n\,[f'(a+{}^1\!/_2) + {}^1\!/_2(n-1)\,[f''(a) + {}^1\!/_3(n+1)\,[f'''(a+{}^1\!/_2) + {}^1\!/_4(n-2)\,[f^{\mathrm{IV}}(a) + \cdots. \tag{2}$$

Man stelle jetzt folgende Aufgabe: Gegeben sind die Werte der heliozentrischen Länge (L) des Merkur, gültig für den Berliner mittleren Mittag 1850 Januar 0, 2, ···, 8

0^h m. Z. Berlin	L	f'	f''	f'''	f^{IV}
1850 Jan. 0	303° 25′ 1″5				
		+6° 41′ 50″0			
» 2	310 6 51.5		+18′ 48″0		
		+7 0 38.0		+2′ 44″4	
» 4	317 7 29.5		+21 32.4		+10″1
		+7 22 10.4		+2 54.5	
» 6	324 29 39.9		+24 26.9		
		+7 46 37.3			
» 8	332 16 17.2				

Welches ist die heliozentrische Länge des Merkur für Januar 0, 12^h m. Z. Berlin?

Die Differenzwerte, welche für die Anwendung der Formel (1) nötig sind, kann man (bis einschließlich des Wertes der vierten Differenz) der Tabelle entnehmen, und zwar hat man

$$f'(a+{}^1\!/_2) = +6^\circ\,41'\,50''\!.0 \qquad f'''(a+{}^3\!/_2) = +2'\,44''\!.4$$
$$f''(a+1) = +18'\,48''\!.0 \qquad f^{\mathrm{IV}}(a+2) = +10''\!.1\,.$$

Von den in der Formel (2) auftretenden Differenzwerten ist aber nur der erste $[f'(a+{}^1\!/_2) = +6^\circ\,41'\,50''\!.0]$ bekannt. Somit scheint es gar keinem Zweifel zu unterliegen, daß für das gewählte Beispiel ausschließlich die Formel (1) benutzt werden kann. Diese Ansicht ist nun irrig. Substituiert man die Werte von n, ${}^1\!/_2(n-1)$, ···, ${}^1\!/_4(n-3)$ und $f'(a+{}^1\!/_2)$, $f''(a+1)$, ···, $f^{\mathrm{IV}}(a+2)$ in die Formel (1), so erhält man für die heliozentrische Länge des Merkur, gültig für 1850 Januar 0, 12^h m. Z. Berlin, den Wert $305^\circ\,3'\,51''\!.86$. Bei der Berechnung dieses Wertes sind die in der vervollständigten Formel (1) auf $f^{\mathrm{IV}}(a+2)$ folgenden Differenzen $f^{\mathrm{V}}(a+{}^5\!/_2)$, $f^{\mathrm{VI}}(a+3)$, ··· gleich 0 angenommen worden oder, was auf dasselbe herauskommt, es ist

$$f^{\mathrm{IV}}(a+2) = f^{\mathrm{IV}}(a+3) = f^{\mathrm{IV}}(a+4) = \cdots$$

gesetzt. Setzt man demgemäß auch

$$f^{\mathrm{IV}}(a) = f^{\mathrm{IV}}(a+1) = f^{\mathrm{IV}}(a+2) = +10''\!.1,$$

so kann man die in der obigen Tabelle fehlenden Differenzen ergänzen und erhält dann

$$f'(a+{}^1\!/_2) = +6^\circ\,41'\,50''\!.0 \qquad f'''(a+{}^1\!/_2) = +2'\,34''\!.3$$
$$f''(a) = +16'\,13''\!.7 \qquad f^{\mathrm{IV}}(a) = +10''\!.1.$$

Mit diesen Werten der Differenzen gibt aber Formel (2) für die gesuchte heliozentrische Länge des Merkur denselben Wert wie vorhin.

Sind demnach die Werte einer Funktion $f(x)$ für eine Reihe äquidistanter Werte des Arguments gegeben und will man durch Interpolation den Wert der Funktion finden, welcher einem zwischen den Anfangswerten des Arguments liegenden Argumentwert entspricht, so ist es gleichgültig, ob man die Formel (1) oder die Formel (2) bezw. irgend eine andere benutzt; nur hat man dann vorher die letzte in der Formel (1) auftretende bekannte Differenz konstant zu setzen und unter dieser Annahme die fehlenden Differenzen zu ergänzen. Etwas ganz Analoges gilt auch, wenn der Argumentwert, für den der Wert der Funktion gesucht wird, zwischen den Endwerten des Arguments liegt.

Wien XVI, von Kuffnersche Sternwarte, 1911 Aug. 9. *L. de Ball.*